

TEMA 8

1. Ecuaciones de 1^{er} y 2^o Grado

— 0 —

1. Ecuaciones de 1^{er} grado

- Ecuación es una igualdad con incógnitas
- Es la relación entre los datos y las incógnitas.

Ej: - Un número más su mitad suman 72.

$$x + \frac{x}{2} = 72$$

- Tres números consecutivos suman 18.

$$x + x + 1 + x + 2 = 18$$

- Un número más su cuadrado suman 30.

$$x + x^2 = 30$$

- Dos números suman 10.

$$x + y = 10$$

— 0 —

Ecuaciones equivalentes

Son las que tienen la misma solución.

$$2x + 5 = 11; \quad 2 \cdot x = 6$$

Reglas de trasposición:

Son las operaciones que me dan ecuaciones equivalentes.

1^a/ Sumar o restar lo mismo en los 2 miembros.

2^a/ Multiplicar o dividir por lo mismo en los

dos miembros.

3ª/ Cambiar de signo a los 2 miembros.

$(4x - 5 = 7)$ es equivalente a:
(sumar 5) $(4x = 12)$ es equivalente a:

$$\frac{4x}{4} = \frac{12}{4}$$

$$x = 3$$

¿Cómo resolver una ecuación de 1º Grado?

1º/ Quitar denominadores

2º/ Eliminar paréntesis

3º/ Agrupar términos semejantes y simplificar.

4º/ Despejar la incógnita

2.149

$$2x + 3 = 9$$

$$x = \frac{9 - 3}{2}$$

$$x = \frac{6}{2}$$

$$x = 3$$

2.149

$$5 - 3x = 2$$

$$-3x = 2 - 5$$

$$-3x = -3$$

$$x = \frac{-3}{-3}$$

$$x = 1$$

5. 149

$$1 - 6x + 3 = 2x - 12$$

$$-6x - 2x = -12 - 3 - 1$$

$$-8x = -16$$

$$x = \frac{-16}{-8}$$

$$x = \boxed{2}$$

6. 149

$$4 - 3x + 2 = 4 - 5x$$

$$-5x + 3x = 4 - 2 - 4$$

$$-2x = -2$$

$$x = \frac{-2}{-2}$$

$$x = \boxed{1}$$

7. 149

$$3 + 2(x - 1) = 4x - 5$$

$$3 + 2x - 2 = 4x - 5$$

$$-4x + 2x = -5 - 3$$

$$-2x = -8 - 2$$

$$x = \frac{-6}{-2}$$

$$x = \boxed{3}$$

8. 149

$$2x - 3(x + 2) = 2 \cdot (x - 1) - 1$$

$$2x - 3x - 6 = 2x - 2 - 1$$

$$2x - 2x - 3x = 6 - 2 - 1$$

$$-3x = 3$$

$$x = \frac{3}{-3} = \boxed{-1}$$

9.149

$$3 \cdot (2x+1) = (x+2) = 2x - 3(x-1)$$

$$6x+3-x-2 = 2x-3x+3$$

$$6x-x-2x+3x = +3+2-3$$

$$6x-2x+3x = 2$$

$$8x-2x = 2$$

$$6x = 2$$

$$x = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

10.149

$$x-(x+3)-2(x+5) = 5-4(x+3)$$

$$x-x-3-2x-10 = 5-4x-12$$

$$-2x+4x = +3+10+5-12$$

$$2x = 18-12$$

$$2x = 6$$

$$x = \frac{6}{2} = \boxed{3}$$

11.149

Resolver:

$$\frac{x}{4} + 2 = 2x - \frac{3}{2}$$

$$\frac{x}{4} + \frac{8}{4} = \frac{8x}{4} - \frac{6}{4}$$

$$x+8 = 8x-6$$

$$x-8x = -8-6$$

$$-7x = -14$$

$$x = \frac{-14}{-7} = \boxed{2}$$

12.149 Resuelve:

$$\frac{x}{6} + \frac{x}{2} = 3 - x$$

$$\frac{x}{6} + \frac{3x}{6} = \frac{18 - 6x}{6}$$

$$\frac{x + 3x}{6} = \frac{18 - 6x}{6}$$

$$x + 3x = 18 - 6x$$

$$x + 3x + 6x = 18$$

$$10x = 18$$

$$x = \frac{18}{10} = \boxed{\frac{9}{5}}$$

13.149

$$\frac{x}{6} + 5 + x = \frac{1}{3}$$

$$\frac{x}{6} + \frac{30}{6} + \frac{6x}{6} = \frac{2}{6}$$

$$\frac{x + 30 + 6x}{6} = \frac{2}{6}$$

$$x + 30 + 6x = 2$$

$$7x = -30 + 2$$

$$7x = -28$$

$$x = \frac{-28}{7} = \boxed{-4}$$

14.149

$$\frac{x}{6} - \frac{3x - 1}{4} = 2x + \frac{33}{8}$$

$$\frac{4x}{24} - \frac{18x - 6}{24} = \frac{48x}{24} + \frac{99}{24}$$

$$\frac{4x - 18x - 6}{24} = \frac{48x + 99}{24}$$

$$4x - 18x + 6 = 48x + 99$$

$$4x - 18x - 48x = 99 - 6$$

$$-62x = 93$$

$$x = \frac{93}{-62} = \boxed{-\frac{3}{2}}$$

$$\begin{array}{r|l} 6 & 2 \\ 3 & 3 \\ 1 & 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 4 & 2 \\ 2 & 2 \\ 1 & 1 \end{array}$$

$$2 \cdot 3$$

$$2^2$$

$$2^3$$

$$mcm = 2^3 \cdot 3 =$$

$$\underline{\underline{24}}$$

$$\begin{array}{r|l} 8 & 2 \\ 4 & 2 \\ 2 & 2 \\ 1 & 1 \end{array}$$

— 0 —

* (15)

$$\frac{1}{5} + \frac{3x}{2} = \frac{2x}{3}$$

$$\frac{6}{30} + \frac{45x}{30} = \frac{20x}{30}$$

$$\frac{6+45x}{30} = \frac{20x}{30}$$

$$6 + 45x = 20x$$

$$45x - 20x = -6$$

$$x = \frac{25x - 6}{25} = \frac{-6}{25}$$

$$\begin{array}{r|l} 5 & 5 \\ 1 & 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 2 & 2 \\ 1 & 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 3 & 3 \\ 1 & 1 \end{array}$$

$$mcm = 5 \cdot 2 \cdot 3 = \underline{\underline{30}}$$

* (16)

$$3 - \frac{7x+2}{8} = 2x + \frac{5x+1}{9}$$

$$\frac{216}{72} - \frac{63x+18}{72} = \frac{144x}{72} + \frac{40x+8}{72}$$

$$\frac{216-63x-18}{72} = \frac{144x+40x+8}{72}$$

$$216-63x-18 = 144x+40x+8$$

$$-63x-40x = 144x+8-216-18$$

$$-63x-40x-144x = 8-216-18$$

$$-247x = -190$$

$$x = \frac{190}{247} = \frac{10}{13}$$

$$\begin{array}{r|l} 9 & 3 \\ 3 & 3 \\ 1 & 1 \end{array}$$

$$3^2$$

$$\begin{array}{r|l} 8 & 2 \\ 4 & 2 \\ 2 & 2 \\ 1 & 1 \end{array}$$

$$2^3$$

$$mcm = 2^3 \cdot 3^2 = \underline{\underline{12}}$$

17

$$\frac{x-3}{4} = \frac{x-5}{6} + \frac{x-1}{9}$$

$$\frac{9x-27}{36} = \frac{6x-30}{36} + \frac{4x-4}{36}$$

$$\frac{9x-27}{36} = \frac{6x-30+4x-4}{36}$$

$$9x-27 = 6x-30+4x-4$$

$$9x-6x-4x = +27-30-4$$

$$9x-10x = -34+27$$

$$-x = -7$$

$$x = \frac{-7}{-1} = \frac{7}{1} = 7$$

$$\begin{array}{r} 9 \overline{) 3} \quad 3^2 \\ 3 \overline{) 3} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 6 \overline{) 3} \quad 3 \cdot 2 \\ 2 \overline{) 2} \end{array}$$

$$\text{mcm} = 3^2 \cdot 2 = 18$$

$$9 \cdot 4 = 36$$

$$\begin{array}{r} 4 \overline{) 2} \quad 2^2 \\ 2 \overline{) 2} \end{array}$$

18

$$\frac{x-2}{3} - \frac{x-4}{5} = \frac{x-3}{4}$$

$$\frac{20x-40}{60} - \frac{12x-48}{60} = \frac{15x-45}{60}$$

$$\frac{20x-40-12x+48}{60} = \frac{15x-45}{60}$$

$$20x-40-12x+48 = 15x-45$$

$$20x-12x-15x = 40-48-45$$

$$20x-27x = -8-45$$

$$-7x = -53$$

$$x = \frac{-53}{-7} = \frac{53}{7}$$

$$\begin{array}{r} 5 \overline{) 5} \quad 5 \\ 1 \overline{) 5} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4 \overline{) 2} \quad 2^2 \\ 2 \overline{) 2} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3 \overline{) 3} \quad 3 \\ 1 \overline{) 3} \end{array}$$

$$\text{mcm} = 5 \cdot 2^2 \cdot 3 = 60$$

19

$$2 \cdot (x-3) + 10x = \frac{8x-1}{2}$$

$$\frac{4 \cdot (2x-6) + 20x}{2} = \frac{8x-1}{2}$$

$$4 \cdot (2x-6) + 20x = 8x-1$$

$$8x-24+20x = 8x-1$$

$$8x-8x+20x = 24-1$$

$$20x = 23$$

$$x = \frac{23}{20}$$

$$(20) \quad \frac{x-1}{2} = \frac{3x-10}{5} + \frac{x-2}{3}$$

$$\frac{15x-15}{30} = \frac{18x-60}{30} + \frac{10x-20}{30}$$

$$\frac{15x-15}{30} = \frac{18x-60+10x-20}{30}$$

$$15x-15 = 18x-60+10x-20$$

$$15x-18x-10x = 15-60-20$$

$$-28x+15x = -80+15$$

$$-13x = -65$$

$$x = \frac{-65}{-13} = \frac{65}{13} = 5$$

— 0 —

$$\begin{array}{r} 5 \overline{) 5} \quad 5 \\ \underline{5} \\ 0 \\ 3 \overline{) 3} \quad 3 \\ \underline{3} \\ 0 \\ 2 \overline{) 2} \quad 2 \\ \underline{2} \\ 0 \end{array}$$

2. Ecuaciones de 2º grado

- Están formadas por un polinomio de grado 2.

$$\text{Ej: } 3x^2 - 5x + 7 = 2x + 8$$

Ecuaciones del Tipo

$$a. x^2 + c = 0$$

Se despeja directamente la 'x'.

$$\text{Ej: } x^2 - 9 = 0 ; x^2 = 9 ; x = \sqrt{9} = 3$$

$$x^2 - 16 = 0 ; x^2 = 16 ;$$

$$x = \pm \sqrt{16} = \pm 4$$

$$x^2 + 9 = 0 ; x^2 = -9 ; x = \sqrt{-9}$$

No hay solución

$$x = \pm \sqrt{9} = \begin{cases} +\sqrt{9} = 3 \\ -\sqrt{9} = -3 \end{cases}$$

$$3^2 = 9$$

$$(-3)^2 = 9$$

Ecuación completa:

$$\boxed{a \cdot x^2 + b \cdot x + c = 0}$$

Ej: $2 \cdot x^2 + 6x + 4 = 0$; $a = 2$; $b = 6$; $c = 4$

$-x^2 + 7x - 10 = 0$; $a = -1$; $b = 7$; $c = -10$

$2x^2 - 5x + 2 = 0$; $a = 2$; $b = -5$; $c = 2$

La fórmula de las soluciones es:

$$\boxed{x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4 \cdot a \cdot c}}{2 \cdot a}}$$

Resolver: $2x^2 + 6x + 4 = 0$

$$x = \frac{-6 \pm \sqrt{6^2 - 4 \cdot 2 \cdot 4}}{2 \cdot 2} = \frac{-6 \pm \sqrt{36 - 32}}{4} =$$

$$\frac{-6 \pm \sqrt{4}}{4} = \frac{-6 \pm 2}{4} = \begin{cases} \frac{-6+2}{4} = \frac{-4}{4} = \boxed{-1} \\ \frac{-6-2}{4} = \frac{-8}{4} = \boxed{-2} \end{cases}$$

Las soluciones son $\boxed{x = -1; x = -2}$

2. $(-1)^2 + 6 \cdot (-1) + 4 \stackrel{?}{=} 0$

$2 - 6 + 4 = 0 \cdot \checkmark$

$-x^2 + 7x - 10 = 0$; $x = \frac{-7 \pm \sqrt{7^2 - 4 \cdot (-1) \cdot (-10)}}{2 \cdot (-1)} =$

$$\frac{-7 \pm \sqrt{49 - 40}}{-2} = \frac{-7 \pm 3}{-2}$$

$$= \frac{-7 \pm 3}{-2} \begin{cases} \frac{-7+3}{-2} = \frac{-4}{-2} = \boxed{+2} \\ \frac{-7-3}{-2} = \frac{-10}{-2} = \boxed{+5} \end{cases}$$

$\boxed{\text{Son 2 y 5}}$

$$2x^2 - 5x + 2 = 0$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{+5 \pm \sqrt{(-5)^2 - 4 \cdot 2 \cdot 2}}{2 \cdot 2}$$

$$\frac{+5 \pm \sqrt{+25 - 16}}{4} = \frac{+5 \pm \sqrt{+9}}{4} = \frac{5 \pm 3}{4} = \begin{cases} \frac{5+3}{4} = \frac{8}{4} = 2 \\ \frac{5-3}{4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2} \end{cases}$$

23 $x^2 + x - 6 = 0$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-1 \pm \sqrt{1^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-6)}}{2 \cdot 1}$$

$$\frac{-1 \pm \sqrt{1 + 24}}{2} = \frac{-1 \pm \sqrt{25}}{2} = \frac{-1 \pm 5}{2} = \begin{cases} \frac{-1+5}{2} = \frac{4}{2} = 2 \\ \frac{-1-5}{2} = \frac{-6}{2} = -3 \end{cases}$$

25 $x^2 + 3x - 4 = 0$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-3 \pm \sqrt{3^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-4)}}{2 \cdot 1}$$

$$\frac{-3 \pm \sqrt{9 + 16}}{2} = \frac{-3 \pm \sqrt{25}}{2} = \frac{-3 \pm 5}{2} = \begin{cases} \frac{-3+5}{2} = \frac{2}{2} = 1 \\ \frac{-3-5}{2} = \frac{-8}{2} = -4 \end{cases}$$

27 $x^2 - 3x - 10 = 0$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{+3 \pm \sqrt{(-3)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-10)}}{2 \cdot 1}$$

$$\frac{+3 \pm \sqrt{9 + 40}}{2} = \frac{+3 \pm \sqrt{49}}{2} = \frac{+3 \pm 7}{2} = \begin{cases} \frac{+3+7}{2} = \frac{10}{2} = 5 \\ \frac{+3-7}{2} = \frac{-4}{2} = -2 \end{cases}$$

28.151 $x^2 - 3x = 0;$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{3 \pm \sqrt{(-3)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 0}}{2 \cdot 1}$$

$$\frac{3 \pm \sqrt{9}}{2} = \frac{3 \pm 3}{2} = \begin{cases} \frac{3+3}{2} = \frac{6}{2} = 3 \\ \frac{3-3}{2} = \frac{0}{2} = 0 \end{cases}$$

29.151 $x^2 - 200 = 0$

$a = 1; b = 0; c = -200$

$$x = \frac{-0 \pm \sqrt{0^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-200)}}{2 \cdot 1} = \frac{\pm \sqrt{400}}{2} = \frac{\pm 20}{2} = \begin{cases} 10 \\ -10 \end{cases}$$

$x^2 - 200 = 0 \Rightarrow x = \pm \sqrt{200} = \pm 10 \sqrt{2}$

Solo si $b=0$

* 30 $2x^2 + 3x - 2 = 0$

$x \cdot (2x - 5) = 0 \Rightarrow 2x - 5 = 0; x = \frac{5}{2}$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4 \cdot a \cdot c}}{2 \cdot a} = \frac{-3 \pm \sqrt{3^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-2)}}{2 \cdot 2} = \frac{-3 \pm \sqrt{9 + 16}}{4} = \frac{-3 \pm \sqrt{25}}{4} = \frac{-3 \pm 5}{4} = \begin{cases} \frac{-3+5}{4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2} \\ \frac{-3-5}{4} = \frac{-8}{4} = -2 \end{cases}$$

31 $2x^2 - 5x = 0$

$a = 2; b = -5; c = 0$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4 \cdot a \cdot c}}{2 \cdot a} = \frac{+5 \pm \sqrt{(-5)^2 - 4 \cdot 2 \cdot 0}}{2 \cdot 2} = \frac{+5 \pm \sqrt{25}}{4} = \frac{+5 \pm 5}{4} = \begin{cases} \frac{5+5}{4} = \frac{10}{4} = \frac{5}{2} \\ \frac{5-5}{4} = \frac{0}{4} = 0 \end{cases}$$

32 $9x^2 - 18x + 8 = 0$

$a = 9; b = -18; c = 8$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4 \cdot a \cdot c}}{2 \cdot a} = \frac{+18 \pm \sqrt{(-18)^2 - 4 \cdot 9 \cdot 8}}{2 \cdot 9} = \frac{+18 \pm \sqrt{324 - 288}}{18} = \frac{+18 \pm \sqrt{36}}{18} = \frac{+18 \pm 6}{18} = \begin{cases} \frac{+18+6}{18} = \frac{24}{18} = \frac{4}{3} \\ \frac{+18-6}{18} = \frac{12}{18} = \frac{2}{3} \end{cases}$$

$$(33) 9x^2 - 4 = 0$$

$$9x^2 = 4$$

$$9x^2 = 4$$

$$x^2 = \frac{4}{9}$$

$$x = \pm \sqrt{\frac{4}{9}}$$

$$x = \pm \sqrt{\frac{4}{9}} = \pm \frac{2}{3} \begin{matrix} + \frac{2}{3} \\ - \frac{2}{3} \end{matrix}$$

— 0 —

3. No.

4. Problemas de ecuaciones

Aplicación práctica de las ecuaciones.

Númericos: Asignar incógnitas al menor.

Número par: $2 \cdot x$ / Número impar: $2x + 1$
 15% de x : $\frac{15}{100} \cdot x = \frac{15x}{100} = 0.15x$

Geométricos: Hacer dibujo

Edades: Hacer tabla

52.155 Encuentra un número tal que el cuádruple de dicho número más 20 unidades sea igual a 68.

$$4 \cdot x + 20 = 68;$$

$$x = \frac{48}{4} = 12$$

$$4x = 68 - 20;$$

$$4x = 48;$$

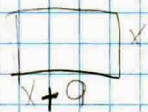
52.155 Halla tres números enteros consecutivos cuya suma sea 189.

$$x + x+1 + x+2 = 189; 189-3 = 3x \Rightarrow \frac{186}{3} = x;$$

$$x=62$$

Son: 62, 63, 64.

53. 15g La base de un rectángulo mide 9cm más que la altura. Si su perímetro mide 74cm, ¿cuáles serán las dimensiones del rectángulo?



$$74 = 2 \cdot (x+9) + 2 \cdot x$$

$$74 = 2x + 18 + 2x$$

$$74 = 2x + 18 + 2x$$

$$74 - 18 = 4x + 18$$

$$\frac{56}{4} = x$$

$$14 = x$$

55. 15g una madre tiene 35 años más que su hijo, y dentro de 15 años su edad será el doble de la del hijo. ¿Cuántos años tienen en la actualidad?

	Hoy	Dentro 15
Hijo	x	x+15
Madre	x+35	x+50

$$x+50 = 2 \cdot (x+15)$$

$$x+50 = 2x + 30$$

$$50 - 30 = 2x - x$$

$$20 = x$$

El hijo 20 años y la madre
 $20 + 35 = 55$ años.

$$(40) 4x^2 - x = 0$$

$$a=1; b=-1; c=0$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4 \cdot a \cdot c}}{2a} = \frac{+1 \pm \sqrt{(-1)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 0}}{2 \cdot 1} =$$

$$\frac{1 \pm \sqrt{1}}{2} = \frac{1 \pm 1}{2} = \begin{cases} \frac{1-1}{2} = \frac{0}{2} = 0 \\ \frac{1+1}{2} = \frac{2}{2} = 1 \end{cases}$$

$$(41) 5x^2 - 14x - 3 = 0$$

$$a=5; b=-14; c=-3$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4 \cdot a \cdot c}}{2 \cdot a} = \frac{14 \pm \sqrt{(-14)^2 - 4 \cdot 5 \cdot (-3)}}{2 \cdot 5} =$$

$$\frac{14 \pm \sqrt{196 + 60}}{10} = \frac{14 \pm \sqrt{256}}{10} = \frac{14 \pm 16}{10} = \begin{cases} \frac{14+16}{10} = 3 \\ \frac{14-16}{10} = -\frac{1}{5} \end{cases}$$

$$(42) 3x^2 = 4x$$

$$3x^2 - 4x = 0$$

$$x \cdot (3x - 4) = 0; \boxed{x=0}$$

$$3x - 4 = 0$$

$$3x = 0 + 4; x = \frac{4}{3}$$

$$(43) 5x^2 - 24x - 5 = 0$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4 \cdot a \cdot c}}{2 \cdot a} = \frac{24 \pm \sqrt{(-24)^2 - 4 \cdot 5 \cdot (-5)}}{2 \cdot 5} =$$

$$\frac{24 \pm \sqrt{576 + 100}}{10} = \frac{24 \pm \sqrt{676}}{10} = \frac{24 \pm 26}{10} = \begin{cases} \frac{24+26}{10} = \frac{50}{10} = 5 \\ \frac{24-26}{10} = \frac{-2}{10} = -\frac{1}{5} \end{cases}$$

59.155 Halla dos números enteros consecutivos en los que la suma de sus cuadrados es 313.

$$x^2 + (x+1)^2 = 313$$

$$x^2 + x^2 + 2x + 1 = 313$$

$$2x^2 + 2x + 1 - 313 = 0$$

$$2x^2 + 2x - 312 = 0$$

$$a=2; b=2; c=-312$$

Las soluciones son:

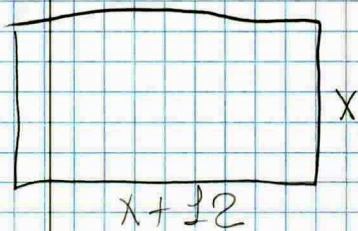
$$(12, 13), -13 \text{ y } -12$$

$$x = \frac{-2 \pm \sqrt{2^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-312)}}{2 \cdot 2}$$

$$= \frac{-2 \pm \sqrt{2500}}{4} = \frac{-2 \pm 50}{4} = \frac{48}{4} = 12 \text{ o } \frac{-52}{4} = -13$$

60.155 Calcula las dimensiones de una finca

rectangular que tiene 12 dam de largo más que de ancho. Superficie 640 dam². ¿Dimensiones?



$$x \cdot (x+12) = 640$$

$$x^2 + 12x - 640 = 0$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4 \cdot a \cdot c}}{2 \cdot a} = \frac{-12 \pm \sqrt{12^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-640)}}{2 \cdot 1}$$

$$= \frac{-12 \pm \sqrt{144 + 2560}}{2} = \frac{-12 \pm \sqrt{2704}}{2}$$

$$= \frac{-12 \pm 52}{2} = \frac{-12+52}{2} = \frac{40}{2} = 20 \checkmark$$

$$\frac{-12-52}{2} = \frac{-64}{2} = -32 \text{ no tiene sentido (negativo)}$$

La solución:

$$20 \text{ dam y } 20+12=32 \text{ dam}$$

148) Calcular un número cuya cuarta parte más la sexta parte sumen 15 unidades.

$$\frac{x}{4} + \frac{x}{6} = 15$$

$$\frac{3x}{12} + \frac{2x}{12} = \frac{180}{12}$$

$$\frac{5x}{12} = \frac{180}{12}$$

$$5x = 180$$

$$x = \frac{180}{5} = 36$$

149) De un depósito lleno de agua se saca primero la mitad del agua que contiene, y después, un quinto del resto. Si en el depósito quedan aún 600 litros, ¿cuál es la capacidad del depósito?

$$x - \left(\frac{x}{2} + \frac{1}{5} \cdot \frac{x}{2} \right) = 600;$$

$$\frac{4x}{10} = \frac{6000}{10}$$

$$\frac{x}{2} - \left(\frac{x}{2} + \frac{1x}{10} \right) = \frac{6000}{1}$$

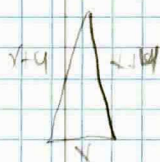
$$\frac{4x}{10} = 6000;$$

$$\frac{10x}{10} - \left(\frac{5x}{10} + \frac{1x}{10} \right) = \frac{6000}{10}$$

$$\frac{6000}{1} = 15000$$

$$\frac{10x}{10} - \frac{6x}{10} = \frac{6000}{10};$$

150) En un triángulo isósceles, cada uno de los lados iguales es 4cm más largo que el lado desigual. Si el perímetro del triángulo mide 44cm, ¿cuál es la longitud de cada lado?



$$x+4 + x+4 + x = 44$$

$$3x + 8 = 44$$

$$3x = 44 - 8$$

$$3x = 36$$

$$x = \frac{36}{3} = 12$$

$$x = 12$$

Los lados
miden:

Lados iguales: 16
Lados desiguales: 12

152 La edad de un padre es cinco veces la del hijo. Si dentro de dos años la edad del padre será cuatro veces la del hijo, ¿cuál es la edad actual de cada uno?

	Hijo	Padre
Ahora	x	$5x$
Dentro de 2 años	$x+2$	$2+5x$

$$5x+2=4 \cdot (x+2)$$

$$5x+2=4x+8$$

$$5x-4x=8-2$$

$$x=6$$

El niño 6 años

El padre 30 años

156 Calcula dos números enteros consecutivos cuyo producto sea 420.

$$x \cdot (x+1) = 420$$

$$x^2+x=420 \Rightarrow x^2+x-420=0$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4 \cdot a \cdot c}}{2 \cdot a} = \frac{-1 \pm \sqrt{1^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-420)}}{2 \cdot 1}$$

$$\frac{-1 \pm \sqrt{1681}}{2} = \frac{-1 \pm 41}{2} = \frac{-1+41}{2} = \frac{40}{2} = 20$$

$$\frac{-1-41}{2} = \frac{-42}{2} = -21$$

165-159 La suma de tres números pares consecutivos es 60. Calcula dichos números.

$$x + x+2 + x+4 = 60$$

$$3x+6=60$$

$$3x=60-6$$

$$3x=54; x=\frac{54}{3}=18$$

Las soluciones son:

$$18, 20, 22$$

166-159 De una pieza de tela se vende la mitad, y después, la tercera parte de la longitud inicial. Si quedan 4m de tela, ¿cuál era la longitud inicial de la pieza?

$$x - \left(\frac{x}{2} + \frac{x}{3} \right) = 4$$

$$\frac{6x}{6} - \frac{5x}{6} = \frac{24}{6}; \frac{x}{6} = \frac{24}{6}$$

$$x = 24m$$

$$x = 24$$

$$x = 24$$

167 Reparte 3900€ entre tres personas, de forma que a cada uno le correspondan 500 más que al anterior.

$$x + x + 500 + x + 1000 = 3900$$

$$3x = 3900 - 1500$$

$$3x = 2400$$

$$x = \frac{2400}{3} = 800$$

Primero: 800

segundo: 1300

Tercero: 1800

$$800 + 1300 + 1800 = 3900€$$

X **168** Con 6.000€ se han hecho dos inversiones, de forma que una de ellas da unos intereses del 5%, y el resto, del 3%. Si la primera parte produce 200€ más que la segunda, ¿qué cantidad de dinero corresponde a cada parte?

$$5\% = x$$

$$3\% = x - 6000$$

$$0.05 \cdot x = 0.03 \cdot (x - 6000) + 200 = 4750$$

5% se ha invertido 4750

3% se ha invertido 1250

169 Un padre reparte 1680€ entre dos hijos, de forma que el menor recibe los $\frac{2}{5}$ de lo que recibe el mayor. ¿Cuánto ha recibido cada uno?

$$1680 = x + x \cdot \frac{2}{5}$$

$$\frac{8400}{5} = \frac{5x}{5} + \frac{2x}{5}$$

$$\frac{8400}{5} = \frac{7x}{5}$$

$$8400 = 7x$$

$$\frac{8400}{7} = x$$

$$x = 1200$$

El mayor: 1200
El pequeño: 480

× **(170)** se han comprado por 83€ unos zapatos y unos pantalones que costaban 110€. Si en los zapatos han rebajado el 20%, y en los pantalones, el 30%, ¿cuál era el precio inicial de cada producto?

$$\frac{70}{100} \cdot x + \frac{80}{100} \cdot (110 - x) = 83$$

$$\frac{70x}{100} + \frac{80 \cdot (110 - x)}{100} = \frac{8300}{100}$$

$$70x + 8800 - 80x = 8300$$

$$-10x = 8300 - 8800; -10x = -500$$

$$x = \frac{-500}{-10} = 50€$$

Pantalón	Zapatos	
50€	60€	= 110€
↓ 30%	↓ 20%	
35€	48€	= 83€

(171) En un triángulo isósceles, el ángulo desigual mide la cuarta parte del valor de los ángulos iguales. Calcula el valor de los tres ángulos.



$$x + x + x \cdot \frac{1}{4} = 180$$

$$2x + \frac{x}{4} = 180$$

$$\frac{8x}{4} + \frac{x}{4} = \frac{720}{4}$$

$$\frac{9x}{4} = \frac{720}{4}$$

$$9x = 720$$

$$x = \frac{720}{9} = 80$$

80° iguales

20° desigual

121.N Solve the quadratic equations

a) $4x^2 - 16 = 0$

$$4x^2 = 16$$

$$x^2 = \frac{16}{4}$$

$$x^2 = 4$$

$$x = \pm \sqrt{4} = \boxed{+2} \quad \boxed{-2}$$

b) $6x^2 + 3x = 0$

$$x \cdot (6x + 3) = 0$$

$$\boxed{0} \cdot \boxed{} = 0$$

$$x = 0$$

$$6x + 3 = 0$$

$$6x = -3$$

$$x = \frac{-3}{6} = \boxed{-\frac{1}{2}}$$

$$\boxed{0}$$

$$-\frac{1}{2} \cdot \boxed{0} = 0$$

c) $2x - 3 = 1 - 2x + x^2$

$$2x - 3 - 1 + 2x - x^2 = 0$$

$$-x^2 + 4x - 4 = 0$$

$$\frac{-4 \pm \sqrt{16 - 16}}{-2} = \frac{-4 \pm \sqrt{0}}{-2} = \frac{-4}{-2} = \boxed{2} \quad \boxed{2}$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4 \cdot a \cdot c}}{2 \cdot a} = \frac{-4 \pm \sqrt{4^2 - 4 \cdot (-1) \cdot (-4)}}{2 \cdot (-1)} =$$

d) $18 = 6x + x \cdot (x - 13)$

$$18 = 6x + x^2 - 13x$$

$$18 - 6x - x^2 + 13x = 0$$

$$-x^2 + 7x + 18 = 0$$

$$\frac{-7 \pm \sqrt{7^2 - 4 \cdot (-1) \cdot 18}}{2 \cdot (-1)} = \frac{-7 \pm \sqrt{49 + 72}}{-2} = \frac{-7 \pm \sqrt{121}}{-2} = \frac{-7 \pm 11}{-2} = \boxed{-9} \quad \boxed{2}$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4 \cdot a \cdot c}}{2 \cdot a}$$

$$e) x^2 + (x+2)^2 = 580$$

$$x^2 + x^2 + 2 \cdot x \cdot 2 + 4 = 580$$

$$2x^2 + 4x + 4 - 580 = 0$$

$$2x^2 + 4x - 576 = 0$$

$$\frac{-4 \pm \sqrt{4^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-576)}}{2 \cdot 2} = \frac{-4 \pm \sqrt{16 - 8 \cdot (-576)}}{4}$$

$$\frac{-4 \pm \sqrt{16 + 4608}}{4} = \frac{-4 \pm \sqrt{4624}}{4} = \frac{-4 \pm 68}{4}$$

$$\frac{-4 + 68}{4} = \frac{64}{4} = 16$$

$$\frac{-4 - 68}{4} = \frac{-72}{4} = -18$$

108) Solve the following equation:

$$\frac{x-1}{2} - \frac{x+1}{3} = x - \frac{5}{2}$$

$$\frac{3x-3}{6} - \frac{2x+2}{6} = \frac{6x}{6} - \frac{15}{6}$$

$$\frac{3x-3-2x-2}{6} = \frac{6x-15}{6}$$

$$3x-3-2x-2 = 6x-15$$

$$3x-2x-6x = 3+2-15$$

$$-8x+3x = -15+5$$

$$-5x = -10$$

$$x = \frac{-10}{-5} = 2$$

109) Solve the following equation:

$$\frac{x+2}{3} - \frac{3x-4}{4} = 2x-8$$

$$\frac{4x+8}{12} - \frac{9x-12}{12} = \frac{24x-96}{12}$$

$$\frac{4x+8-9x+12}{12} = \frac{24x-96}{12}$$

$$4x + 8 - 9x + 12 = 24x - 96$$

$$4x - 9x - 24x = -96 - 12 - 8$$

$$-33x + 4x = -116$$

$$-29x = -116$$

$$x = \frac{-116}{-29} = \boxed{4}$$

110 At community meeting there are double the number of women to men and triple the number of children to the total of men and women combined. How many men, women and children are there if 96 people attend the meeting?

$$\begin{array}{ccc} \text{women} & \text{men} & \text{children} \\ 2x & + x & + 3x = 96 \end{array}$$

$$12x = 96$$

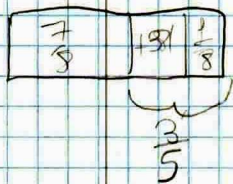
$$x = \frac{96}{12} = \boxed{8}$$

$$\text{Men: } 8$$

$$\text{Women: } 16$$

$$\text{Children: } 42$$

111 We remove $\frac{7}{8}$ of a tank of oil. Then, we put 38 litres into the tank and thus the tank is $\frac{3}{5}$ full of its capacity. Calculate the total capacity of the tank.



$$\frac{1}{8} \cdot \frac{x}{1} + 38 = \frac{3}{5} \cdot \frac{x}{1}$$

$$\frac{x}{8} + \frac{38}{1} = \frac{3x}{5}$$

$$\frac{5x}{40} + \frac{1520}{40} = \frac{24x}{40}$$

$$1520 = 24x - 5x$$

$$1520 = 19x$$

$$x = \frac{1520}{19} = \boxed{80}$$

- x (128) The ages of a mother and her son add 40 years. After 14 years the mother's age will be triple than the son. What are the ages of each one today?

	Now	After 14 years
Mother	x	$x+14$
Son	$40-x$	$54-x$

$$x+14=3 \cdot (54-x)$$

$$x+14=162-3x$$

$$4x=162-14$$

$$4x=148$$

$$x=\frac{148}{4}=37$$

mother 37
son 3

54
17

3

- (123) Solve the following equations: a. $x^2-81=0$;

b. $x^2+2x-15=0$

A) $x^2-81=0$

$$x^2=81$$

$$x=\sqrt{81}$$

$$x=\boxed{9}$$

B) $x^2+2x-15=0$

$$x=\frac{-b \pm \sqrt{b^2-4 \cdot a \cdot c}}{2 \cdot a} = \frac{-2 \pm \sqrt{2^2-4 \cdot 1 \cdot (-15)}}{2 \cdot 1}$$

$$\frac{-2 \pm \sqrt{4+60}}{2} = \frac{-2 \pm \sqrt{64}}{2} =$$

$$\frac{-2 \pm 8}{2} = \frac{-2+8}{2} = \frac{6}{2} = \boxed{3}$$

$$\frac{-2-8}{2} = \frac{-10}{2} = \boxed{-5}$$

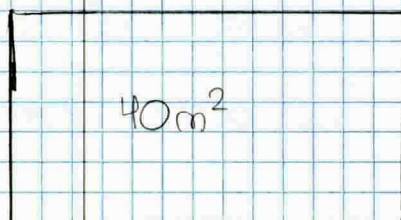
- (124) Solve: $3x^2-7x+2=0$

$$x=\frac{-b \pm \sqrt{b^2-4 \cdot a \cdot c}}{2 \cdot a} = \frac{+7 \pm \sqrt{7^2-4 \cdot 3 \cdot 2}}{2 \cdot 3} =$$

$$\frac{+7 \pm \sqrt{49-24}}{6} = \frac{+7 \pm \sqrt{25}}{6} = \frac{+7 \pm 5}{6} = \frac{+7+5}{6} = \frac{12}{6} = \boxed{2}$$

$$\frac{+7-5}{6} = \frac{2}{6} = \boxed{\frac{1}{3}}$$

- (127) This rectangle is $40m^2$. What are its sides? Write the equation and solve it.



$$x+3$$

$$8$$

$$x \cdot 5$$

$$x \cdot (x+3) = 40m^2$$

$$x^2 + 3x = 40$$

$$x^2 + 3x - 40 = 0$$

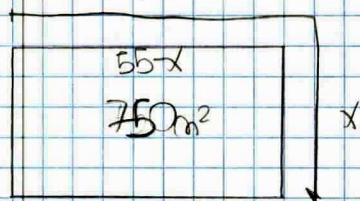
$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4 \cdot a \cdot c}}{2 \cdot a} = \frac{-3 \pm \sqrt{3^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-40)}}{2 \cdot 1} =$$

$$\frac{-3 \pm \sqrt{9 + 160}}{2} = \frac{-3 \pm \sqrt{169}}{2} = \frac{-3 \pm 13}{2}$$

$$\frac{-3 + 13}{2} = \frac{10}{2} = 5 \quad \text{No time for this}$$

$$\frac{-3 - 13}{2} = \frac{-16}{2} = -8$$

- 128 To fence a rectangular farm of $750m^2$, $110m$ of fence has to be used. Calculate the dimension of the farm.



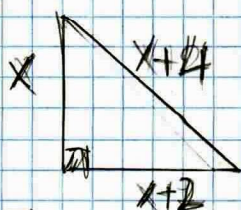
$$110 : 2 = 55$$

$$x \cdot (55 - x) = 750$$

$$-x^2 + 55x - 750 = 0$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4 \cdot a \cdot c}}{2 \cdot a} = \frac{+55 \pm \sqrt{55^2 - 4 \cdot (-1) \cdot (-750)}}{2 \cdot (-1)} = \frac{+55 \pm \sqrt{3025 - 3000}}{-2} = \frac{+55 \pm \sqrt{25}}{-2} = \frac{+55 \pm 5}{-2}$$

- 130 The lengths of the sides of a right-angled triangle are measured as three consecutive even numbers (in cm). Find the values of these sides.



$$(x+4)^2 = x^2 + (x+2)^2$$

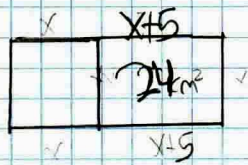
$$x^2 + 8x + 16 = x^2 + x^2 + 4x + 4$$

$$x^2 + 8x + 16 - x^2 - x^2 - 4x - 4 = 0$$

$$-x^2 + 4x + 12 = 0$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4 \cdot a \cdot c}}{2 \cdot a} = \frac{-4 \pm \sqrt{4^2 - 4 \cdot (-1) \cdot 12}}{2 \cdot (-1)} = \frac{-4 \pm \sqrt{16 + 48}}{-2} = \frac{-4 \pm \sqrt{64}}{-2} = \frac{-4 \pm 8}{-2}$$

135 Find the side of a square knowing that if we add 5cm in two parallel sides we get a 24cm^2 rectangle.



$$x \cdot (x+5) = 24$$

$$x^2 + 5x - 24 = 0$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2 \cdot a} =$$

$$\frac{-5 \pm \sqrt{5^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-24)}}{2 \cdot 1} =$$

$$\frac{-5 \pm \sqrt{25 + 96}}{2} = \frac{-5 \pm \sqrt{121}}{2} =$$

$$\frac{-5 \pm 11}{2} = 1 \quad \frac{-5 + 11}{2} = \frac{6}{2} = 3$$

$$\frac{-5 - 11}{2} = \frac{-16}{2} = -8$$